R L

Richard Wimmer

3. A Kl.

Dreieck $h = 81\,cm$ $g = \frac{2}{3}h$ $Fl = ?$

$Fl = h \cdot \frac{g}{2}$

$81 : 3$
$27 \cdot 2$
$g = 54\,cm$

$81 : 2$
$40{,}5\,cm$

$40{,}5 \cdot 54$
2025
1620
$Fl = 2187{,}0\,cm^2$

Dreieck $l = 45\,cm$ $h = \frac{4}{5}l$

$Fl = l \cdot \frac{h}{2}$

$\overset{9}{\cancel{45}} \cdot \frac{4}{\cancel{5}} = 36 : 2$
18

$45 \cdot 18$
360
$Fl = 810\,cm^2$

Mache die Probe

$Fl = l \cdot \frac{h}{2}$

$l = Fl : \frac{h}{2}$

$h = Fl : \frac{l}{2}$

die Probe heißt Fl. dividiert durch $\frac{1}{2}$ Seite

Dreieck $Fl = 810\,cm^2$ $h = 36\,cm$ $l = ?$

$l = Fl : \frac{h}{2}$

$36 : 2$
$18\,cm$

$810 : 18 = 45 = l$
$= 90$
$= 0$

Giebeldach: $Fl = 28{,}4\,m^2$ $b = 8{,}6\,m$ $h = ?$

$h = Fl : \frac{b}{2}$

$8{,}6 : 2$
$4{,}3\,m$

$28{,}4 : 4{,}3 = 6{,}6\,m = h$
260
$= 2$

Walmdach: (schiefes Dach) $Fl = 32{,}2\,m^2$ $h = 6{,}6\,m$

$l = ?$ $l = Fl : \frac{h}{2}$

$32{,}2\,m : 3{,}3 = 9{,}7$ $l = 9{,}7\,m$
25
19

Dreiecksfläche (24,8 - 21 m = Flächen = gleich einem Quadrat. s = ?

$Fl = l \cdot \frac{h}{2}$ 24,8 : 2 = 12,4   12,4 · 21
248
$Fl = 260,4\ m^2$

$s = \sqrt{Fl}$ $\sqrt{260,4} = 16,1$
160 : 2 · 6 6^2
0440 : 32 · 1 1^2
179

s = 16,1 m

4 Turmdach s = 3,6 m h = 5,2 m 1 m² = 62,05

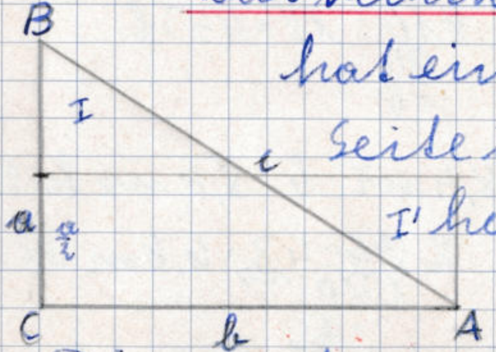
$Fl = s \cdot \frac{h}{2}$ 3,6 · 2,6
72
216
1 Fl = 9,36 m² · 4
4 Fl = 37,44 m²

62,05 · 37,44
22464
74880
232 12,805

1 m² . . . 62,05
37,44 m² . . ?

Das Turmdach kostet 2321 2,8 S.

Das rechtw. Dreieck



hat einen R. ∢. Die längste Seite ist die Seite c, sie heißt Spannseite oder Hypotenuse.

Die anderen 2 Seiten heißen Lotseiten oder Katheten.

Die 2 Höhen fallen mit der Seite zusammen.

Fl ist ein halbes Rechteck

$\boxed{Fl = \frac{a \cdot b}{2}}$ Beweis $\Delta I \cong \Delta I'$ (SWW)

R∢ Dreieck: a = 62 cm b = 3,8 dm

$Fl = \frac{a \cdot b}{2}$ 62 · 19
558
Fl = 1178 cm²

R∢ Dreieck: Fl = 22,8 dm², a = 34 cm b = ?

$b = Fl : \frac{a}{2}$ 22,80 : 17 = 134
58
070
02

b = 13,4 dm

R∢ Dreieck: a = 46,8 m $b = \frac{3}{4} a$ ist flächengleich einem Quadrat s = ?

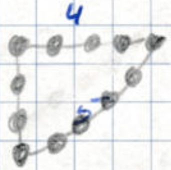
$Fl = a \cdot \frac{b}{2}$ 11,7
46,8 · $\frac{3}{4}$ = 35,1   b = 35,1 m : 2
17,55

46,8 · 17,55
3276
2340
2340
821,340 m

Gut! R

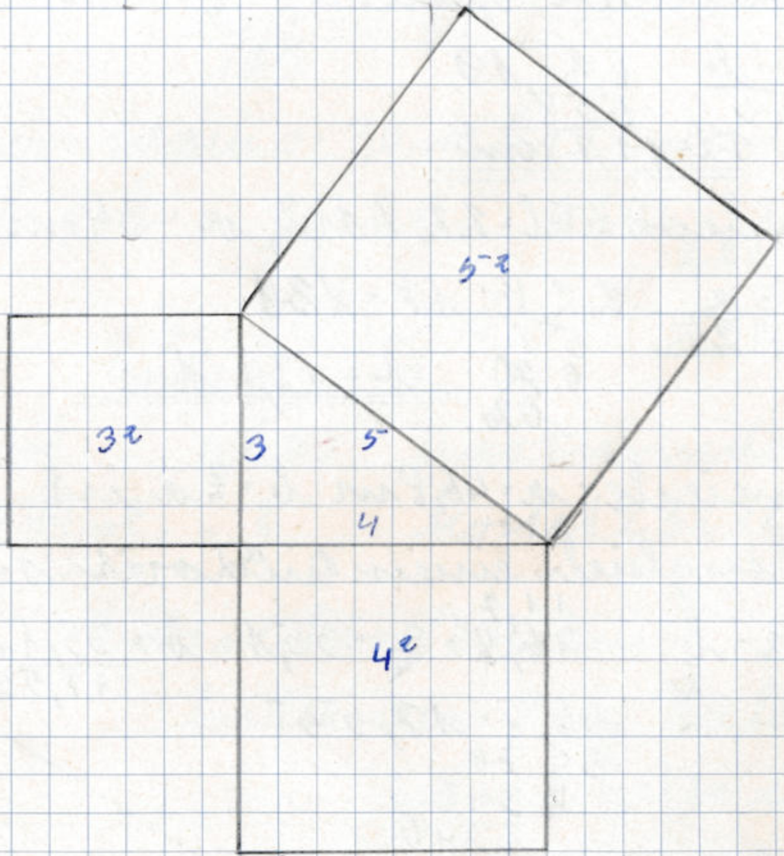
Der pythagoräischer Lehrsatz

nach Pythagoras 500 v. Chr. Er beweist die Ägyptische Knotenschnur

$3 + 4 = 5$ 

ein rechtw Dreieck

(nein)



Beweis: $3^2 + 4^2 = 5^2$ $\qquad 6^2 + 8^2 = 10^2$

$\boxed{9 + 16 = 25}$ $\qquad 36 + 64 = 100$

$a^2 + b^2 = c^2$

~~$6^2 + 7^2 = 8^2$~~

$36 + 49 = 64$ (85) stimmt nicht

Merke: In jedem rechtw. Dreieck sind die 2 kleinen Quadrate (genauso groß) zusammen genauso groß wie das große Quadrat.

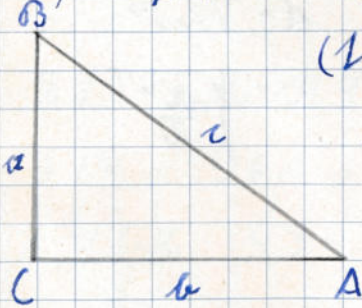
Ein kleines Quadrat ist die Differenz.

oder: 2 Kathetenquadrate = dem Hypotenusenquadrat.

Eine Seite: ist die Wurzel

Lesung des pyth. Lehrsatzes:

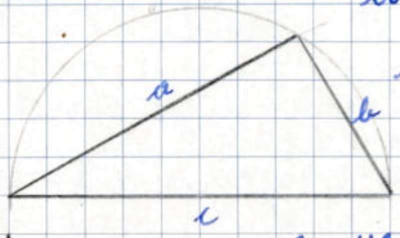
1.) R∢ Dreieck



(hn) $c^2 = a^2 + b^2$

$a^2 = c^2 - b^2$

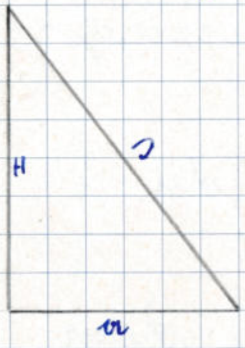
$b^2 = c^2 - a^2$



$c^2 = a^2 + b^2$

$a^2 = c^2 - b^2$

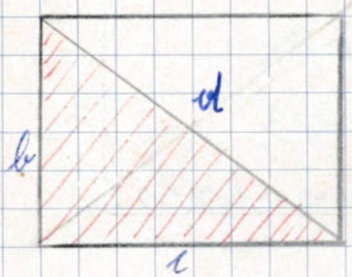
$b^2 = c^2 - a^2$



$s^2 = H^2 + a^2$ $\quad s = \sqrt{H^2 + a^2}$

$H^2 = s^2 - a^2$ $\quad a = \sqrt{s^2 - H^2}$

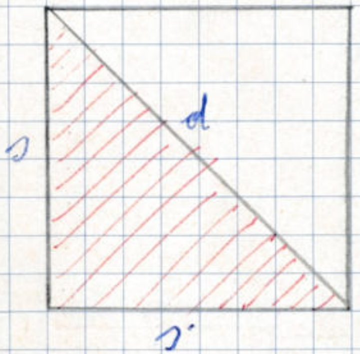
$a^2 = s^2 - H^2$ $\quad H = \sqrt{s^2 - a^2}$



$d^2 = b^2 + c^2$ $\quad d = \sqrt{b^2 + c^2}$

$b^2 = d^2 - c^2$ $\quad c = \sqrt{d^2 - b^2}$

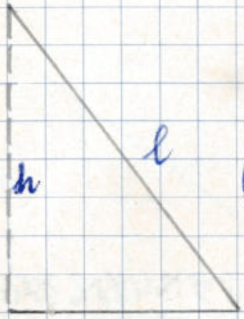
$c^2 = d^2 - b^2$ $\quad b = \sqrt{d^2 - c^2}$



$d^2 = s^2 + s^2$ $\quad d = \sqrt{2s^2}$

$d^2 = 2s^2$ $\quad s = \sqrt{\frac{d^2}{2}}$

$s^2 = \frac{d^2}{2}$

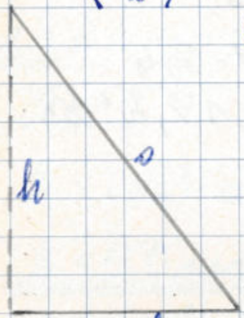


$\left(\frac{b}{2}\right)$

$l^2 = h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2$ $\quad l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$

$h^2 = l^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$ $\quad h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$

$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = l^2 - h^2$ $\quad \left(\frac{b}{2}\right) = \sqrt{l^2 - h^2}$



$\frac{a-b}{2}$

$(s^2 = h^2 +)$ $\quad s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}$

$h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}$

$\frac{a-b}{2} = \sqrt{s^2 - h^2}$

$37^2 = 1369$ $\quad \sqrt{1369} = 37$ $\quad 54^2 = 2916$

469 : 6 · 7 7

00

$\sqrt{2916} = 54$ $\quad \sqrt{10} = 3{,}16$

416 : 10 · 4 4^2

00

100 : 6 · 1 1

3900 : 62 · 6 6^2

144

$317^2 = 100489$ $\quad \sqrt{100444} = 317$

104 : 6 · 1 1^2

4399 : 62 · 7 7

000

31^2 961

7 · 31 · 2 434

7^2 49

$\sqrt{2} = 1{,}4142$

$\sqrt{2} = 1{,}414$

100 : 2 · 4 4

0400 : 28

11900 : 282

04

$\sqrt[3]{3} = 1{,}732$

$314 = 98596 \quad \sqrt{98596} =$

$31^2 = 961$

$4 \cdot 31 \cdot 2 \quad 248$

$4^2 \quad 116$

36 Hol. . . 10 W. . . 3850 m³ $\quad \frac{3850 \cdot 48 \cdot 12}{36 \cdot 10} = \frac{14440}{3}$

48 H. . . 12 W. . . x

24°C = ?°R $\quad$ 100°C = 80°R $\quad$ 0,8 · 24 = 19,2°R

10°C = 8°R

1°C = 0,8°R

24°C = 19,2°R

17°R = ?°C

1°R = $\frac{5}{4}$°C

17°R = $\frac{85}{4}$ ($21\frac{1}{4}$°C)

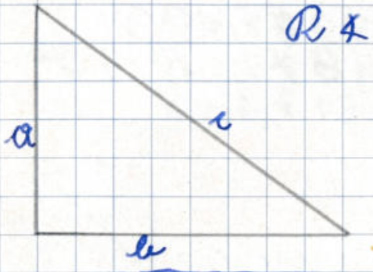
4500 Konserv. . . 90 M. . . $3\frac{2}{3}$ M

3600 Ko. . . 100 M . . . x

$x = \frac{11 \cdot 3600}{3 \cdot 100 \cdot 4500} = \frac{66}{25} = 2\frac{16}{25}$

Kleiner u. netter schreiben!

Ausrechnen



R∢Δ a = 52 cm, b = 42 cm c = ?

$52^2 = 2704 \quad 42 = 1764$

$+1764$

$4468 \quad \sqrt{4468} = 66$

$868 : 12 \cdot 6 \; 6^2$

112

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$

c = 66 cm

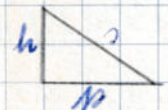
R∢Δ c = 66 cm a = 42 cm b = ?

$b = \sqrt{c^2 - a^2} \quad 66^2 = 4356 \quad \sqrt{2592} = 50$

$+42^2 = 1764 \quad 092 : 10 \cdot 0 \; 0^2$

b = 50 cm $\quad 2592 \quad 92$

R∢Δ h = 52 cm p = 32 cm s = ?



52 cm = 2704 $\quad \sqrt{3728} = 61$

+32 " = 1024 $\quad 128 : 12 \cdot 1 \; 1^2$

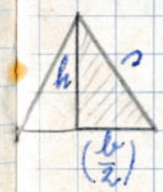
$3728 \quad 07$

$(h = \sqrt{s^2 - p^2})$

$s = \sqrt{h^2 + p^2}$

s = 61 cm

Turmdach b = 8,4 m s = 7,2 m h = ?



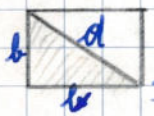
$h = \sqrt{s^2 - (\frac{b}{2})^2} \quad 7{,}2^2 \; 51{,}84 \quad \sqrt{34{,}20} = 5{,}8$

$-4{,}2^2 \; 17{,}64 \quad 920 : 10 \cdot 8 \; 8^2$

h = 5,8 m $\quad 34{,}20 \quad 56$

Rechteck: $l = 84$ cm $b = 54$ cm $d = ?$

$d = \sqrt{l^2 + b^2}$ $84^2 = 7056$ $+\,54^2 = 2916$ $= 9972$ $\sqrt{9972} = 99$

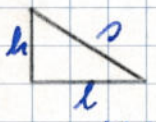


$d = 99$ cm

R∢△ $h = 7{,}2$ cm $l = 11{,}4$ cm $s = ?$

$s = \sqrt{h^2 + l^2}$ $7{,}2^2 = 51{,}84$ $11{,}4^2 = 129{,}96$

$+\,11{,}4^2 = 129{,}96$ $= 181{,}80$



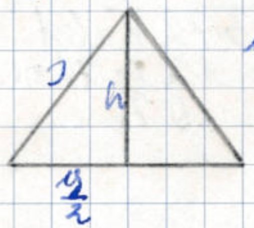
$\sqrt{181{,}80} = 13{,}4$

$s = 13{,}4$ cm

Gleichsch. △ $g = 12{,}5$ $s = 34{,}9$ $h = ?$

$h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{g}{2}\right)^2}$ $34{,}9^2 = 1218{,}01$ $-\,6{,}25^2$

$6{,}25^2 = 39{,}0625$



$h = 34{,}3$

$1218{,}01 - 39{,}0625 = 1178{,}9475$

$\sqrt{1178{,}9475} = 34{,}3$

Quadrat $s = 18{,}2$ cm $d = ?$

$d = \sqrt{2s^2}$ $18{,}2^2 = 331{,}24$ $331{,}24 \cdot 2 = 662{,}48$

$d = 25{,}7$ cm

$\sqrt{662{,}48} = 25{,}7$

Merke: d kann man kürzer rechnen

$d = \sqrt{2s^2}$ $\sqrt{s^2} = s$ $\sqrt{2} = 1{,}41$

$\boxed{d = s\sqrt{2}}$

d: Seite mal $\sqrt{2}$ multiplizieren

$d = 25{,}66$ $18{,}2 \cdot 1{,}41 = 25{,}662$

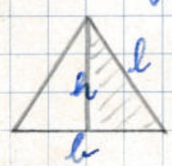
Quadrat $s = 9{,}4$ cm $d = ?$

$d = s \cdot \sqrt{2}$ $9{,}4 \cdot 1{,}41 = 13{,}254$

$d = 13{,}25$ cm

Doppelleiter: $l = 9$ m wird $3{,}2$ m breit aufgestellt. $h = ?$ $9^2 = 81$ $\sqrt{78{,}44} = 8{,}8$

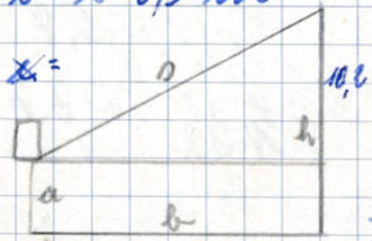
$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$ $-\,1{,}6^2 = 2{,}56$ $78{,}44$



$h = 8{,}8$ m

Vom Fenster: $a = 6,2$ m wird ein Seil auf das Nachbardach $h = 16,4$ m gespannt.

$b = 22,5$ m



$10,2^2 = 104,04$ $\quad 22,5^2 = 506,25$

$\cancel{6,2^2 \quad 38,44 \quad 142,48}$ $\quad 22^2 = 484$

$2 \cdot 22 \cdot 5 = 220$

25

$$\begin{array}{r} 104,04 \\ +\,506,25 \\ \hline 610,29 \end{array}$$

$5^2 =$

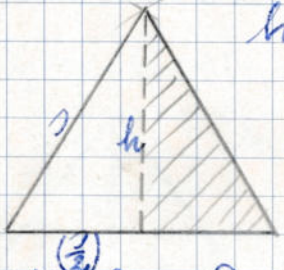
$\sqrt{610,29} = 24,7$
210 : 4 · 4 4
3429 : 48 7 7²
010

$s = \sqrt{b^2 + h^2}$

$s = 24,7$ m

Gleichs. Dreieck

$\sqrt{3} = 1,73$



hat 3 gleiche Seiten

$U = 3s$ $\quad h = \sqrt{s^2 - (\frac{s}{2})^2}$ $\quad h = \sqrt{\frac{3}{4}s^2}$

$s = \frac{U}{3}$ $\quad h = \sqrt{s^2 - \frac{s^2}{4}}$ $\quad \boxed{h = \frac{s}{2}\sqrt{3}}$

Merke: Die Höhe ist von der Seite abhängig.

$\sqrt{4308,4} = 70,05$
008 : 14
0840 : 140 · 5 5²
84000 : 14000 · 5 5²
13975

$\sqrt{6404,2} = 80,02$
0042 0 : 160
42000 : 1600 · 2 2²
09996

$\sqrt{640,42} = 25,3$
240 : 4 · 5 5²
1542 : 50 · 3 3²
= 33

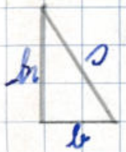
R∢Δ: h 62 cm b 42 cm s = ?

$s = \sqrt{h^2 + b^2}$ $\quad 62^2 = 3844$

$+ 42^2 = 1764$

5608

$\sqrt{5608} = 74$
708 : 14 · 4 4²
132



$s = 74$ cm

Gl. Δ: $s = 64$ cm $h = ?$

$h = \frac{s}{2} \cdot \sqrt{3}$ $\quad 32 \cdot 1,73$
346
5 1 9 x 9
5 5,3 6 9

Gl. Δ: $s = 7,5$ dm $h = ?$

$h = \frac{s}{2} \cdot \sqrt{3}$ $\quad 3,75 \cdot 1,73$
2625
1125
6,4875

$h = 6,49$ dm

$h = 6,5$ dm

Fläche des gleichs. Dreiecks

$Fl = s \cdot \frac{h}{2}$

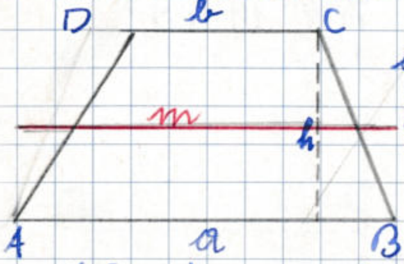
$Fl = \frac{s}{2} \cdot h$

$Fl = \frac{s}{2} \cdot \frac{s}{2}\sqrt{3}$

$\boxed{Fl = \frac{s^2}{4} \cdot \sqrt{3}}$

Das Trapez

ist das Gesselviereck. Es ist eine geom. Fläche mit 2 ∥ Seiten die anderen 2 sind ungleich.



∥ Seiten sind a u. b.

3 Arten sind: 1. algemeine Trapez

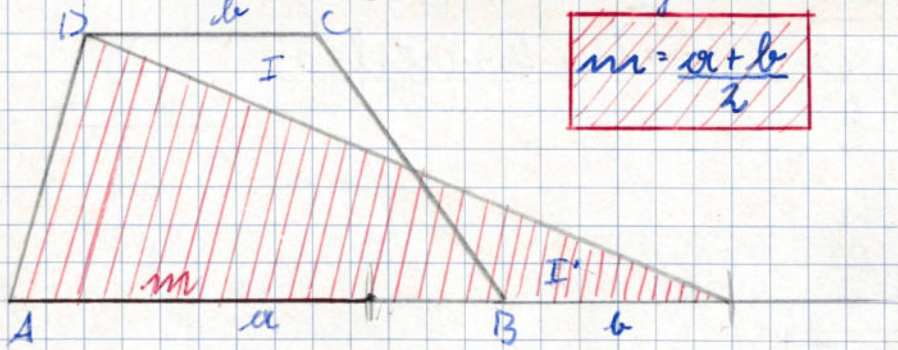
2.) rechtwinkeliges Trapez

3.) gleichschenkeliges Trapez

Berechnung:

U: 4 Seiten zusammen

Mittellinie m: halbe Grundlinie



$$\boxed{m = \frac{a+b}{2}}$$

$\Delta I = \Delta I'$ (SWW)

Fläche des Trapezes ist ein Dreieck also ein halbes

Rechteck $Fl = \frac{a+b}{2} \cdot h$ $\boxed{Fl = m \cdot h}$

Das Trapez

Berechne m: a = 32 cm, b = 26 cm m = ?

$m = \frac{a+b}{2}$

32
26
58 : 2
m = 29 cm

a = 6,8 dm (b) = c = 46 cm m = ?

$m = \frac{a+c}{2}$

6,8
4,6
11,4 : 2
m = 5,7 dm

k_1 = 4,8 dm, k_2 = 29,4 cm m = ?

$m = \frac{k_1 + k_2}{2}$

48 cm
29,4 "
77,4 cm : 2
m = 38,7 cm

Trapez a = 8,4 m b = 6,1 m, h = 5,8 m

Fl = ?

$Fl = m \cdot h$

$m = \frac{a+b}{2}$

8,4 m
6,1 m
14,5 m : 2
7,25 m

7,25 · 5,8
3625
5800
42,050 m²

Fl = 42,05 m²

Trog: $l_1 = 1{,}2$ m $l_2 = 1{,}4$ m $b_1 = 32$ cm $b_2 = 42$ cm

$h = 42$ cm. Bretter = ?

Bretter = $2\,Fl_1 + 2\,Fl_2$

$Fl_1 = m_1 \cdot h$

$Fl_2 = m_2 \cdot h$

Nett! R

Quadrat $s = 42{,}4$ cm sind 1400 cm² wegzuzählen

$Fl = s^2$ $42{,}4^2 = 1797{,}76$ $1797{,}76 - 1400 = 397{,}76$

42^2 1764

336

$2 \cdot 42 \cdot 4$

4^2 16

Der Rest ist 397,76 cm²

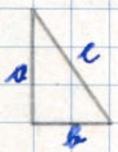
R∡ Δ $a = 52$ cm $c = 82$ cm $Fl = ?$

$Fl = \frac{a \cdot b}{2}$ $52^2 = 2704$ $82^2 = 6724$ $6724 - 2704 = 4020$

$b = \sqrt{c^2 - a^2}$ $\sqrt{4020} = 63$

420 : 12 · 3 3^2

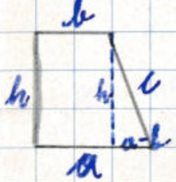
051 $b = 63$ cm



$63 \cdot 52 =$
315
126
3276 : 2
$Fl = 1638$ cm²

R∡ Trapez $Fl = 1452$ cm² $h = 42$ cm

a = um 12 cm größer als b $u = ?$



$U = a + c + b + h$ 1452 : 42 = 34,1
192
27 $m = 34$ cm

$Fl = m \cdot h$

$m = Fl : h$ $\frac{a+b}{2} = 34$ cm $\frac{b+12+b}{2} = 68$

$\cancel{\frac{22}{2}}$ 22 $b = 22$ cm, $a = 34$ cm

$a + b = 68$ $b = 28$ $a = 40$ $12^2 = 144$

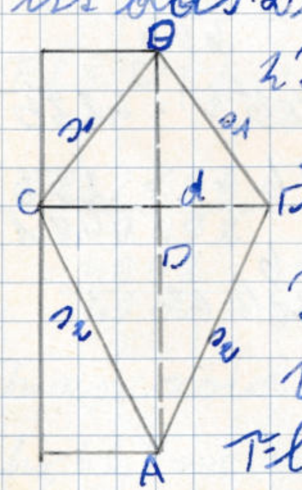
$c = \sqrt{h^2 + 12^2}$ $42^2 = 1764$ $1764 + 144 = 1908$

$\sqrt{1908} = 43$ $c = 43$ cm
308 : 8 · 3 3^2
59

$U = 153$ cm

Das Delltoid

ist das Drachenviereck



2 Diagonalen kreuzen sich im R∡

Seiten = s_1 u. s_2

Diagonalen D u. d.

$U = 2 \cdot s_1 + 2 \cdot s_2$ $U = 2(s_1 + s_2)$

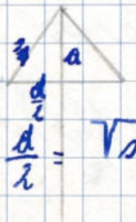
Fl = wie im Dreieck = 2 gleichen Dreiecken $\boxed{F = D \cdot \frac{d}{2}}$

Deltoid $U = 128\,cm$ $s_2 = 38\,cm$ $D = 72\,cm$,
$a = 28\,cm$. $Fl = ?$

$Fl = D \cdot \frac{d}{2}$

$64\,cm - 38\,cm$
$s_1 = 26\,cm$

$26^2 = 676$
$18^2 = -324$
352



$\sqrt{352} = 18$
$252 : 2 \cdot 9\;9^2$
28

$\frac{d}{2} = \sqrt{s_1^2 - a^2}$

$\frac{d}{2} = 18\,cm$
$\underline{\underline{d = 36\,cm}}$

$s_1 = \frac{U}{2} - s_2$

$72 \cdot 18$
576
$Fl = \underline{\underline{1296\,cm^2}}$

Deltoid: $Fl = 13{,}6\,dm^2$ $d = 32\,cm$ $a = 20\,cm$
$U = ?$

$1360 : 1{,}6 = 8{,}5$
080
00

$U = 2 \cdot (s_1 + s_2)$

$D = Fl : \frac{d}{2}$

$D = 85\,cm$

$s_1 = \sqrt{a^2 + (\frac{d}{2})^2}$

$20^2 = 400$
$+16^2 = 256$
656

$\sqrt{656} = 25$
$256 : 4 \cdot 5\;5^2$
31

$s_1 = 25\,cm$

$65^2 = 4225$
$+16^2 = 256$
4481

$s_2 = \sqrt{(\frac{d}{2})^2 + b^2}$

$\sqrt{4481} = 66$
$881 : 12 \cdot 6\;6^2$
125

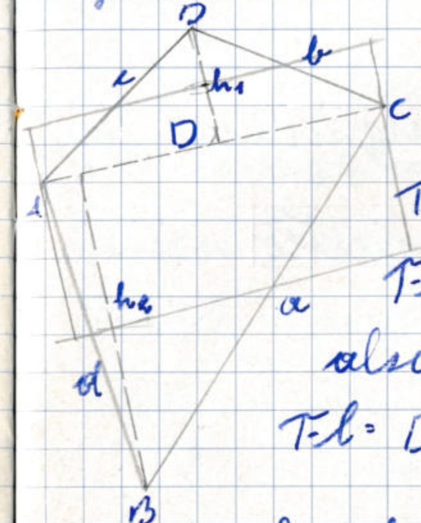
$s_2 = 66\,cm$

$U = s_1 + s_2 \cdot 2$

25
66
$91 \cdot 2$

$U = 182\,cm$

Das allg. Viereck
genannt Trapezoid



hat 4 verschiedene Seiten
$U = a + b + c + d$
$Fl = 2$ Dreiecke
$Fl = \Delta_1 + \Delta_2$
also wieder ein Rechteck

$Fl = D \cdot \frac{h_1}{2} + D \frac{h_2}{2}$ $Fl = D \cdot \left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right)$

Merke: $h_1 + h_2$ halbnehmen u. mit D multiplizieren

Trapezoid $D = 62\,m$ $h_1 = 44\,m$ $h_2 = 22\,m$

$1\,m^2 = 225$

$Fl = D\left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right)$

$62 \cdot 22$
124
124
$1364\,m^2$
682 "
$Fl = 2046\,m^2$

$62 \cdot 11$
62
$682\,m^2$

$22 \cdot 2046$
4092
4092
$45012\,m^2$

Trapezoid $Fl = 80\,a\,3\,m^2$ $h_1 = 68{,}2\,m$
$h_2 = 46{,}8\,m$ $D = ?$

$68{,}2$
$46{,}8$
$115{,}0 : 2$
$h = 57{,}5\,m$

$80\,a\,3\,m^2 : 57{,}5$

$D = Fl : \left(\frac{h_1 \cdot h_2}{2}\right)$

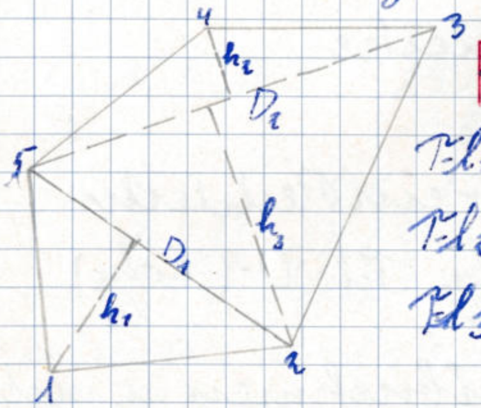
$8003\,m^2 : 57{,}5 = 139$
2253
5280

$D = 139\,m$

Das allg. Vieleck

ist eine geom. Fläche mit mehr als 4 Seiten

Berechnung: Zerlegung in Dreiecke



$\boxed{Fl = N\ Dreiecke}$

$Fl_1 = \frac{D_1 \cdot h_1}{2}$

$Fl_2\ \frac{D_2 \cdot h_2}{2}$

$Fl_3\ \frac{D_2 \cdot h_3}{2}$

$D = 62\,m, D_1 = 68\,m, h_1 = 24\,m, h_2\ 22\,m, h_3 = 34\,m$

62 · 12	68 · 11	68 · 17	744 m²
124	68	476	748 "
Fl₁ = 744 m²	Fl₂ = 748 m²	Fl₃ = 1156 m²	1156 "
			Fl = 2648 m²

26 a 48 m²

Rechne folgende Fläche

$Fl_1 = 36 \cdot 10 = 360\,m^2$ $\quad Fl_2 = 56 \cdot m$

$m = \frac{h_1 + h_2}{2}$

$Fl_3 = 42 \cdot 11$
42
462 m²

36
42
78 : 2
39

56 · 39
2240
− 39
2201

3 mal rechnen

$Fl_1 = \frac{a \cdot b}{2}$ $\quad Fl_2$ = Trapez = m · h

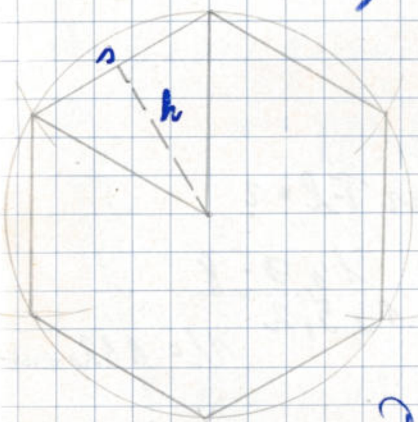
$Fl_3 = \frac{a \cdot b}{2}$

360 m²
462 m²
2201 m²
Fl = 3023 m² $\quad$ Fl = 30 a 23 m²

Das regelmäßige Vieleck

ist eine geom. Fläche von n gleichen Seiten begrenzt.

Zeichnung mit Kreis.



Jedes Vieleck besteht aus n Dreiecken

Berechnung

$\boxed{U = n \cdot s}$

Fl = n Dreiecke

Dreieck = $s \cdot \frac{h}{2}$

Wieviel sind alle Dreiecke = Umfang U

$\boxed{Fl = U \cdot \frac{h}{2}}$ $\quad$ Was ist es mit der Höhe?

1. Sechseck 6 gleichs △ $\quad h = \frac{s}{2} \cdot \sqrt{3}$

Die Höhe ist von der Seite abhängig

z.B. Sechseck $\frac{s}{2} \cdot \sqrt{3}$ $\quad 0{,}5 \cdot 1{,}73 = 0{,}865$

(genau 0,866)

Wie?

Wie?

$h_5 = s \cdot 0{,}688$
$h_6 = s \cdot 0{,}866$
$h_7 = s \cdot 1{,}038$
$h_8 = s \cdot 1{,}207$
$h_9 = s \cdot 1{,}374$
$h_{10} = s \cdot 1{,}539$
$h_{12} = s \cdot 1{,}866$

1.) Immer die Höhe ausrechnen s × bestimmte Zahl

$\boxed{T\text{-}l = U \cdot \frac{h}{2}}$

Regelm. Achteck $s = 14$ cm T-l = ?

$T\text{-}l = U \cdot \frac{h}{2}$

$h = s \cdot 1{,}207$

$h = 16{,}9$

$1{,}207 \cdot 14$
4828
16,898 · 8

$16{,}9 \cdot 8$
135,2

U = 112 cm

$56 \cdot 16{,}9$
336
504
946,4 cm²

Regelm. Zehneck $s = 15$ cm T-l = ?

$T\text{-}l = U \cdot \frac{h}{2}$

$h = s \cdot 1{,}539$

$h = 23{,}1$

$U = 10 \cdot s = 150$ cm

$1{,}539 \cdot 15$ 450 cm
7695
23,085

$231 \cdot 150$
11350
34450 : 2
T-l = 1722,5 cm²

Regelm. Fünfeck: T-l = 9,4 dm² s = ?

s = T-l :   940 qcm : 1,72 =

$T\text{-}l = U \cdot \frac{h}{2}$

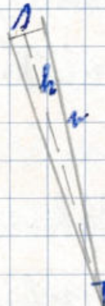
$T\text{-}l = \frac{5s \cdot s \cdot \cancel{0{,}688}^{344}}{2}$

$T\text{-}l = 1{,}720\, s^2$

$T\text{-}l : 1{,}72 = s^2$

$s = \sqrt{T\text{-}l : 1{,}72}$

Regelm. Neuneck T-l = 8,2 dm² r = ?



$r = \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 \cdot h^2}$

8,2000 : 6,183 = 1,3
20170

$T\text{-}l = U \cdot \frac{h}{2}$

$T\text{-}l = \frac{9s \cdot s \cdot \cancel{1{,}374}^{0{,}687}}{2} =$

$\sqrt{1{,}3} = 1{,}1$
30 : 2
10

$1{,}374 \cdot 1{,}1$
1374
1,5114

$\sqrt{\frac{8{,}2}{6{,}183}} = 6{,}183 \cdot s^2$

$s = 1{,}1$ dm $h_9 = 1{,}5$ dm

$s = \sqrt{\frac{8{,}2}{6{,}183}}$ $h_9 = s \cdot 1{,}374$ $0{,}55^2 = 0{,}3025$

$r = \sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + h^2}$

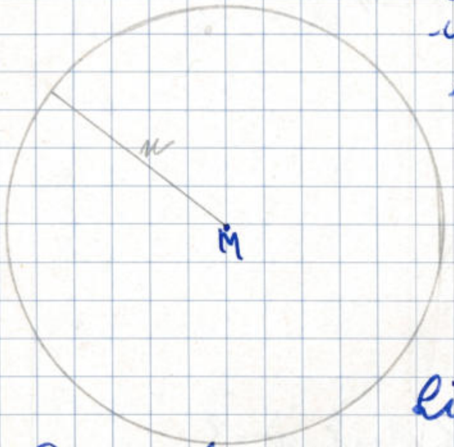
$1{,}5^2 = 2{,}25$
2,5525

$\sqrt{2{,}5525} = 1{,}5$
1.55 : 2 · 55²
30

$r = 1{,}5$ dm

Nettere Schrift! GR

Der Kreis



ist ein ungezähltes Vieleck. Alle Punkte haben gleichen Abstand genannt Radius r, 2r = d Durchmesser ∅

Linien im Kreis:

Durchmesser d, Radius r, Sehne s, Tangente t, Kreislinie (Pheripherie π (pi), Kreisbogen b

Flächen im Kreis: Kreisfläche, Halbkreis Kreisausschnitt Sektor, Kreisabschnitt Segment, Kreisring

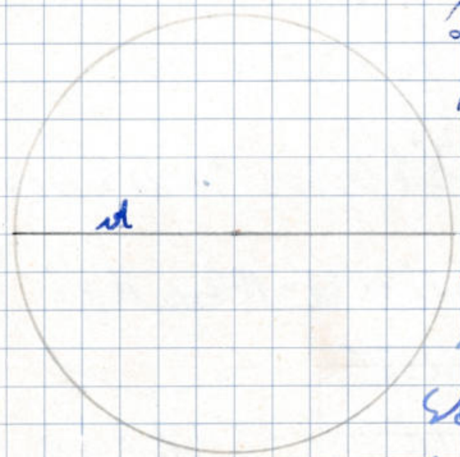
Winkel im Kreis sind:

Zentriwinkel, Pheripheriewinkel

Merke: Zentri ∢ doppelte ∢ Per

Halbkreis - R ∢ Lehrsatz des Thales

Umfang des Kreises



Der Umfang ist vom Durchmesser abhängig. Wie abhängig?

Merke: Der ∅ läßt sich 3 mal u. ein Stück auflegen. $= \frac{1}{7}$ zusammen $3\frac{1}{7}$ mal.

Wir nennen $3\frac{1}{7}$ die Kreiszahl der Peripherie (π pi). $\frac{22}{7} = 3,14$

Umfang = $d \times 3\frac{1}{7}$ multiplizieren

$\boxed{U = d \cdot \pi}$ $\frac{1}{7} = 0,14$ $3\frac{1}{7} = 3,14$

Ludolf von Ceulen hat genau gerechnet 3,14159 auf 35 Dez. Stellen

Kreis: r = 21 cm U = ?

$U = d \cdot \pi$ 42 · 3,14

```
 126
   42
   168
 131,88 cm
```

Kreis: Ø = 52,4 cm U = ? | Kreis: Ø 36,05 m U = ?

$U = d \cdot \pi$

$52{,}4 \cdot 3{,}14$
1572
524
2096
$164536 = U$

$U = d \cdot \pi$

$36{,}05 \cdot 3{,}14$
10815
14420
$U = 113{,}1970$ m $U = 113{,}2$ m

Kreis: U 113,2 m d = ?   Kreis: U = 100 m d = ?

$d = U : \pi$

$11320 : 3{,}14 = 36$
1900
10   d = 36 m

$d = U : \pi$

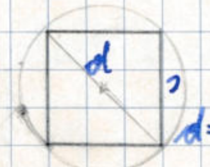
$100{,}00 : 3{,}14 = 0{,}311$ m
0580
0480
169   d = 31 m

Fahrrad: Ø = 28 cm ? U auf 1 km

$U = d \cdot \pi$ 1 U – – – 87,92 cm

$28 \cdot 3{,}14$? – – – 1 km
2512
628
87,92 cm

Quadrat s = 24 cm wird ein Kreis umgeschrieben U = ?



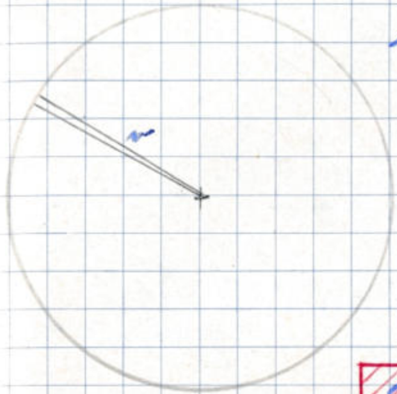
$24 \cdot 1{,}41$
96
24
d = 33,84 cm

$33{,}8 \cdot 3{,}14$
1014
1352
106,132 cm

$U = d \cdot \pi$ U = 106,132 cm

d = Diagonale des Quadrates $= s \cdot \sqrt{2}$

Fläche des Kreises



besteht aus Mill. Dreiecken

Vielecke $Fl = \frac{d \cdot \pi \cdot r}{2}$

$Fl_{\Delta} = \frac{s \cdot h}{2}$ $h = r$

$Fl = \frac{U \cdot h}{2}$ $Fl = \frac{\cancel{2} r \cdot \pi \cdot r}{\cancel{2}}$

$\boxed{Fl = r^2 \cdot \pi}$

~~Kreis~~ Berufsschule $Fl = \frac{d \cdot \pi}{2} \cdot \frac{d}{2}$

$Fl = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$

r quadrieren mal π

Kreis d = 64 cm Fl = ?

$Fl = r^2 \cdot \pi$ $32^2 = 1024 \cdot 3{,}14$
3072
4096
$Fl = 3215{,}36$ cm²

Kreis U = 124 cm Fl = ?

$Fl = r^2 \cdot \pi$ $12400 : 3{,}14 = 39$
2980
154

$d = U : \pi$ $380{,}25 \cdot 3{,}14$
114075
152100
$Fl = 1193{,}9850$ cm²

$r = 19{,}5^2 = 380{,}25$

19^2 361

$5 \cdot 2 \cdot 19$ 190

5^2 25

Kreis: U=224 cm Fl=?

Fl = $r^2 \cdot \pi$ 224 : 3,14 = 71
0 ... 3

d = U : π

r = $35,5^2$ = 1260,25   1260,25 · 3,14
378075
504100
Fl = 3957,1850 cm^2

35^2 1225

$2 \cdot 35 \cdot 5$ 350

5^2 25

Deltoid D = 62 cm d = 48 cm ist flächengleich mit einem Kreis r = ?

Fl = $\frac{D \cdot d}{2}$ 62 · 24
124
248
1488 cm^2

1488 : 3,14 = 474
2320
1220

r^2 = Fl : π

r = $\sqrt{r^2}$ r = 21 cm

$\sqrt{4,74}$ = 21
074 : 4 · 1^2
33

Schnecke s = 18 cm (r = ?) U = ?

18 · 1,207
360
126
h = 21,726 cm

$21,7^2$ 21^2 $2 \cdot 21 \cdot 7$ 7^2
441
294
49
470,89

r = $\sqrt{h^2 + (\frac{s}{2})^2}$

9^2 = 81

h = s · 1,207

470,89
+ 81
551,89

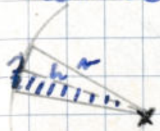
r = 23,5

$\sqrt{551,89}$ = 23,4
151 : 4 · 3 3^2
2283 : 46 · 4 4^2
427

d = 47 cm

U = d · π 47 · 3,14
141
188
U = 147,58 cm

Zehnecke s = 14 cm r = ?



14 · 1,539
6156
h = 21,546 cm

$21,5^2$ =
21^2 441
$2 \cdot 21 \cdot 5$ 210
5^2 25
462,25
49
511,25

r = $\sqrt{h^2 + (\frac{s}{2})^2}$

h = s · 1,539

$\sqrt{511,25}$ = 22,6
111 : 4 · 2 2^2
2725 : 44 · 6 6^2
049

7^2 =

r = 22,6 cm

Oberflächlich! 6 R

Flächenmaß

3 ha 7 m^2 4 dm^2 = 30007,04 m^2

7 a 5 dm^2 = 700,05 "

$\frac{3}{4}$ ha 6 m^2 12 cm^2 = 7506,0012 "

$8\frac{1}{2}$ a 2 dm^2 60 cm^2 = 825,026 "

39038,1172 m^2

3 ha 90 a 38 m^2 11 dm^2 72 cm^2

$1\frac{3}{4}$ ha 2 m² 6 dm² = 17502,06 m²
$1\frac{1}{2}$ a 5 dm² 50 cm² = 155,055 m²
$\frac{3}{4}$ ha 1 a 12 dm² = 7600,12 "
40 m² 60 cm² = 40,006 m²
25292,241 m²

Rhomboid ▱ Fl = 2 a 6 dm² h = 14,2 m l = ?
l = Fl : h   200,06 : 14,2 = 14 m
58 0
1 2   l = 14 m

Achteck s = 2,4 cm Fl = ?
$Fl = U \cdot \frac{h}{2}$ $h = s \cdot 1{,}207$

Kreis: $U = d \cdot \pi$ $d = U : \pi$
Kreis U = 2,4 m d = ?
$d = U : \pi$ 2,400 : 3,14 = 7,6 dm
4040
136   d = 0,76 m

Kreis: $Fl = \frac{U \cdot h}{2}$ $Fl = \frac{2r\pi r}{2} = r^2 \cdot \pi$

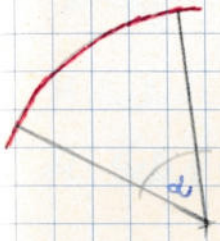
Kreis: U = 6 dm Fl = ?
$Fl = r^2 \cdot \pi$ 600 : 3,14 = 1,91 $9{,}5^2 = 90{,}25$
2860
$d = U : \pi$ 0340   90,25 · 3,14
27075
d = 19 cm r = 9,5 cm   36100
Fl = 283,3850 cm²

Kreisbogen b

ist ein Teil des Umfanges, also ein Teil von 360°

$b = \frac{U}{360}$ zum Bogen gehört immer ein Winkel α

$b = \frac{U}{360} \times \alpha$ $\boxed{b = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360}}$



Kreisbogen r = 12 cm α = 75° b = ?
$b = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{24 \cdot 3{,}14 \cdot 75}{360} = 15{,}70$ cm
b = 15,7 cm

Kreisbogen r = 17,5 cm α = 72° b = ?
$b = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{35 \cdot 3{,}14 \cdot 72}{360} =$ ~~15,7 cm~~
b = 21,98 cm

Zu welchem Winkel α gehört der Bogen b = 21,98 cm wenn r 17,5 cm ist. α = ?
$b = \frac{d \pi \alpha}{360}$ $\alpha = \frac{21{,}98 \cdot 360}{35 \cdot 3{,}14} = 72°$
$\alpha = \frac{b \cdot 360}{d \cdot \pi}$

Kreisbogen: $r = 1{,}2\,m$ $\alpha = 200°$, wird vom Binder zu einem Faßreifen gemacht $d = ?$

$420 : 3{,}14 = 133\,cm$

$d = U : \pi$

$d = 133\,cm$ $r = 66\,cm$

U = Kreisbogen

$$b = \frac{d\,\pi\,\alpha}{360} = \frac{2{,}4 \cdot 3{,}14 \cdot 200}{360} = 418{,}66$$

Kreisbogen: $4{,}71\,cm$ $r = 21{,}6\,cm$ $\alpha = ?$

$$b = \frac{d\,\pi\,\alpha}{360} \qquad \alpha = \frac{b \cdot 360}{\pi \cdot d} = \frac{4{,}71 \cdot 360}{3{,}14 \cdot 43{,}2}$$

$5 : 0{,}4 =$ $\alpha = 12{,}5°$

Kreisbogen $b = 6{,}28\,cm$ $Fl = 78{,}5\,cm^2$ $\alpha = ?$

$$\alpha = \frac{b \cdot 360}{\pi \cdot d} =$$

$78{,}50 : 3{,}14 = 25$

$\sqrt{25} = 5$

$Fl = r^2 \cdot \pi$

$r = \sqrt{Fl : \pi}$

$$\frac{6{,}28 \cdot 360}{10 \cdot 3{,}14} = \underline{\underline{\alpha = 72°}}$$

$r = 5\,cm$
$d = 10\,cm$

Der Kreissektor

ist ein Kreisausschnitt über den Bogen, also ein Teil der Kreisfläche

$$\boxed{K\,Sekt. = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360}}$$ der 360 Teil × α

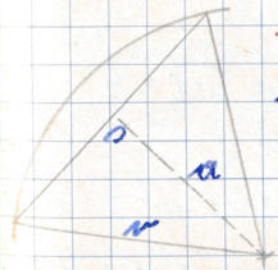
K Sekt. $r = 32\,cm$ $\alpha = 45°$

$$K.\,Sekt. = \frac{r^2 \cdot 3{,}14 \cdot \alpha}{360} = \frac{32^2 \cdot 3{,}14 \cdot 45}{360} = 401{,}92$$

~~230 = 42000~~

K Sekt = $401{,}92\,cm^2$

Das Kreissegment

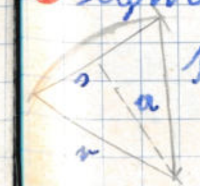


ist der Kreisabschnitt, d.h. das Scherzl des Kreises mit der Sehne s vom Sektor das Dreieck wegzählen

$$\boxed{Fl_{seg} = Fl_{sekt} - \triangle}$$

$h = a$ Abstand

Segment $r = 12\,cm$ s = Sechseckseite



K seg = K Sekt − △ $a = h$ gleichs Dreieck

$s = 12\,cm$ (Zirkelspanne)

$a = \frac{s}{2}\sqrt{3}$ $6 \cdot 1{,}73$

$r = 10{,}38$ cm

$Sekt = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360} = \frac{144 \cdot 3{,}14 \cdot 60^\circ}{360} = 75{,}36\ cm^2$

$- 62{,}28\ cm^2$

$13{,}08\ cm^2$

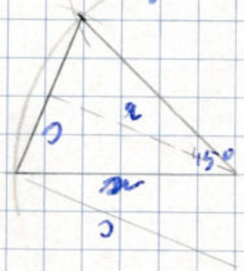
$12^2 = 144$

$\Delta = s \cdot \frac{h}{2}$ $12 \cdot 5{,}19$

$10\,38$

$62{,}28\ cm^2$ $Seg = 13{,}08\ cm^2$

K Seg $r = 85$ cm, S = Seite Achteck



r = d des Quadrates

$r = s \cdot \sqrt{2}$ $8500 : 1{,}41 = 60{,}4$

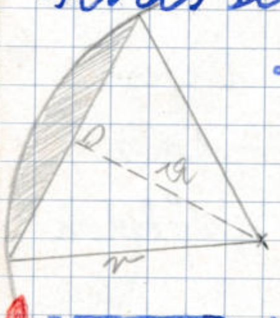
$= 400$

$s = r : \sqrt{2}$

$s = 60{,}4$ cm $r = \rho =$ $a = s \cdot 1{,}207$

$r = 72{,}9$ cm

Kreis Seg. (Fünfeck $s = 24$ cm Fl = ?



$\alpha = \frac{360}{5} = 72^\circ$ $Sekt = \frac{r^2 \pi \alpha}{360} =$

$Fl = Sekt - \Delta$ $\Delta\ \frac{s \cdot a}{2}$ $a = s \cdot 0{,}688$

$24 \cdot 0{,}688$

1376

2752

$a = 16{,}512$ $r = \sqrt{a^2 + (\frac{s}{2})^2}$

$16{,}5^2 = 272{,}25$

$12^2 = 144$

$273{,}69$

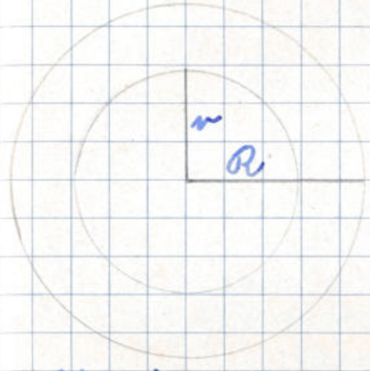
$\sqrt{27369} = 1$

$\cancel{173}$

$r = 20{,}4$

Kreisring

ist ein Doppelkreis also 2 Durchmesser (2 Radien R r)



$Fl = Kreis_1 - Kreis_2$

$Fl = R^2 \pi - r^2 \pi$

$\boxed{Fl = \pi (R^2 - r^2)}$

Kreisringausschnitt

ist ein Teil des Ringes

$Fl = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot \alpha}{360}$

Zementrohr: D = 30 cm lichte = 26 cm

$Fl = \pi \cdot (R^2 - r^2)$ $15^2 = 225$

$13^2 = 169$

$56 \cdot 3{,}14$

168

224

$175{,}84\ cm^2$

Kreisringausschnitt: eine Rasenfläche R = 4,4 m b = 60 cm $\alpha = 72^\circ$

$Fl = \frac{\pi \cdot (R^2 - r^2) \alpha}{360}$ $4{,}4^2 = 19{,}36$

$3{,}8^2 = -13{,}84$

$5{,}52$

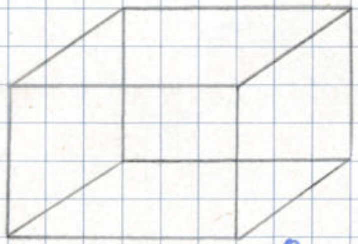
$0{,}63 \quad 0{,}92 \quad 0{,}46 \quad 12$

$\cancel{3{,}14} \cdot \cancel{5{,}52} \cdot \cancel{72} = 0{,}46 \cdot 12$

~~360~~	92
~~60~~	552 · 0,63
~~10~~	3312
~~2~~	1656
	3,4776 m²

Vom Körper

Körper sind geom. Figuren mit 3 Ausdehnungen (Dimensionen b l H)



Einteilung:

1.) eckige Körper (Ecksäulen oder Prisma, Quader oder Platten, Würfel; Spitzkant oder Pyramide)

2.) runde Körper: (Rundsäule oder Zilinder, Walze) Spitzkörper oder Kegel.

3.) Kugel.

Wir sprechen den Körper immer nach der Grundfläche an.

z. B. quadr. Prisma = Grundfäche ist ein Quadrat.

dreis. Pyramide, rhombische Säule, 6eckiges Prisma.

Zylinder = Grundfläche ist ein Kreis

Berechnung

Wir berechnen beim Körper:

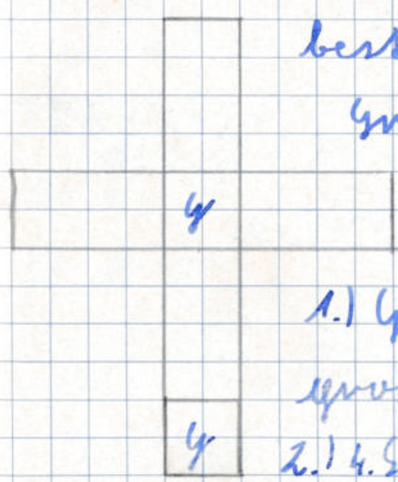
1.) die Oberfläche O

2.) den Rauminhalt oder Volumen V

3.) die Seiten (H s m)

Die Oberfläche

ist das Netz des Körpers. Die Oberfläche



besteht aus

Grundfäche + Deckfläche

u. 4. Seitenflächen

1.) Grundf. + Deckfl. sind gleich groß = 2 Grundflächen = 2 G

2.) 4. Seitenfl. zusammen ergeben den Mantel = M

$\boxed{O = 2G + M}$

Der Mantel

eines Körpers ist immer ein Rechteck.

$\boxed{M = 4s \cdot h}$ $\boxed{M = U \cdot H}$

6 seitige Schachtel $s = 14$ cm ~~h~~ $H = 8$ cm $O = ?$

$O = M \cdot 2G + M$

$14 \cdot 6$, $U = 84$ cm

$14^2 = 196 : 4$, $49 \cdot 6$, $294 \cdot 1{,}73$, 2058, 882, $508{,}62 \cdot 2$, $2G = 1017{,}24$ cm², 672, $O = 1689{,}24$ cm²

$M = U \cdot H$

$G = 6 \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \sqrt{3}$

$G = U \cdot \frac{h}{2}$

$84 \cdot 8$, $M = 672$ cm²

6 trapezförmige Säule: $a = 12$ cm $b = 11$ cm

$h = 8$ cm, $H = 32$ cm

$O = 2G + M$ $s = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2}$ $\sqrt{64{,}25} = 8{,}0$, $025 : 16$

$G = \frac{a+b}{2} \cdot h$ $8^2 = 64$

$M = U \cdot H$ $0{,}5^2 = 0{,}25$, $64{,}25$

$s = 8$ cm

$39 \cdot 32$, 117, 78, $M = 1248$ cm²

12, 11, 16, 39

$U = a + b + 2s$

$U = 39$ cm

Würfel $s = 24$ cm $O = ?$

$O = 2G + M$ $24^2 = 566 \cdot 6$, $O = 3396$ cm²

$O = 2s^2 + 4s^2$

$O = 6s^2$

8 seitige Schachtel $s = 15$ cm $H = 8$ cm $O = ?$

$O = 2G \cdot M$ $15 \cdot 8$, $120 \cdot 8$ $s \cdot 1{,}207$

$M = U \cdot H$ $M = 960$ cm² $15 \cdot 1{,}207$, 6035, $s = 18{,}105$ cm

$M = 960$ cm²

$G = 8 \cdot \Delta$ $15 \cdot 9$, $\Delta = 135$ cm² $135 \cdot 8$, $1080 \cdot 2$, $2G = 2160$ cm², $M = 960$ cm, $O = 3120$ cm

$\Delta = \frac{s \cdot h}{2}$

Zylinder $d = 32$ cm $H = 8{,}5$ dm $O = ?$

$O = 2G \cdot M$ $32 \cdot 3{,}14$, 96, 128, $U = 100{,}48$ cm $16^2 = 256 \cdot 3{,}14$, 768, 1024, $803{,}84 \cdot 2$, $2G = 1607{,}68$ cm²

$M = U \cdot H$

$U = d \cdot \pi$

$G = r^2 \cdot \pi$ $100{,}48 \cdot 85$, 80384, 50240, $M = 8540{,}80$ cm², $1607{,}68$ ", $O = 10148{,}48$ cm²

8 seitiges Prisma $M = 960\,cm^2$ $H = 8\,cm$ $s = ?$

$M = U \cdot H$ $960 : 8 = 120$
16

$U = M : H$

$U = 120\,cm$

$U = 8s$ 40

$s = U : 8$ $120 : 8 = 1$
15 cm

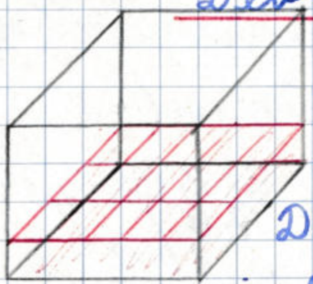
$O = 10040\,cm^2$, $M = 6240\,cm^2$, $s = ?$ $G = ?$

$O = 2G + M$ 10040
− 6240

$2G = O - M$ $2G = 03840 : 2$

$G = 1920\,cm^2$

Der Rauminhalt



Der Rauminhalt ist das
oder Volumen V

Das Volumen ist der Raum=
inhalt

Wir brauchen das Raummaß
(Kubikmeter = m^3 (cbm) dazu noch
dm^3, cm^3, mm^3 immer 1000 oder
3 Stellen.

$3\frac{3}{4}\,m^3$	=	$3{,}75\,m^3$
$26\,dm^3$	=	$0{,}026$ "
$2\,m^3\,5\,dm^3$	=	$2{,}005$ "
$\frac{1}{8}\,m^3$	=	$0{,}125$ "
		$5{,}906\,m^3$

$2\,m^3\,8\,dm^3$	=	$2{,}008\,m^3$
$26\,dm^3\,40\,cm^3$	=	$0{,}02604$ "
$1\frac{1}{2}\,m^3\,80\,cm^3$	=	$1{,}50008$ "
$6\,dm^3\,400\,cm^3$	=	$0{,}0064$ "
		$3{,}54052\,m^3$

$2\frac{3}{4}\,m^3$	=	$2{,}75$
$8\,dm^3\,80\,cm^3$	=	$0{,}00808$
$\frac{1}{2}\,m^3\,40\,cm^3$	=	$0{,}50004$
$8200\,cm^3$	=	$0{,}0082$
		$3{,}26632$

Berechnung

Füllen wir ein Gefäß, so füllt sich
zuerst die Grundfläche G und
dann füllt sich die Höhe H

$\boxed{V = G \cdot H}$

1 quadratische Säule s = 64 cm H = 3,7 m

spez. G. = 1,7 G = ?

$V = G \cdot H$ $64^2 = 4096\ cm^2$

$G = s^2$ $4096 \cdot 370$

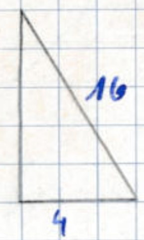
$G = V \cdot spez. G$

12288
28672 0
$V = 1515520\ cm^3 \cdot 1,7$
1060864 0
$G = \cancel{2576384\ 0\ kg}$

$G = 2576$ kg 384 g.

Ein 16 m hoher Mast bricht so ab, daß die Spitze 4 m neben den Fußpunkt zur Erde kommt. In welcher Höhe brach der Mast?

n. gelöst



h =

Ein Prisma mit quadr. G = 17 dm hoch u. hat ein V von 69 632 dm^3

s = ?

$V = G \cdot H$ 69632 : 17 = 4096 dm^2

= 163
102
00

$G = \frac{V}{H}$

$s = \sqrt{G}$ $\sqrt{4096} = 6,3\ dm$

$G = s \cdot s$ 496 : 16 · 3 3
000

$89^2 = 7921$ $\cancel{12} \cdot 407^2 = 166048$

$123^2 = 15129$ 40^2 1600

12^2 144 $2 \cdot 40 \cdot 7$ 560

$2 \cdot 12 \cdot 3$ 72 7^2 448

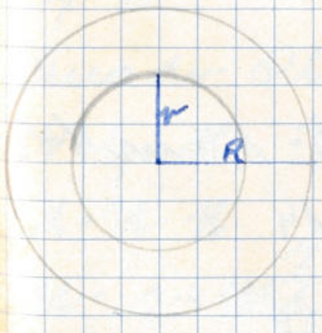
3^2 9

63,250 : 4,208 = 15,03
21170
013000
0376

Fläche = 36,28 m^2 r = 3,15 m^2 R = x

$36,28 = R^2\pi - 3,15^2 \cdot \pi$

$R^2 = \sqrt{\frac{Fl \quad r^2 \cdot \pi}{\pi}}$



$Fl = R^2 \cdot \pi$

$Fl = (R^2 - r^2)\pi$

$R = 14{,}5\,cm$ $r = 12{,}7\,cm$ $Fl = ?$

$F = \pi \cdot (R^2 - r^2)$

$14{,}5^2 = 210{,}25$
$- 12{,}7^2 = 161{,}29$
$048{,}96 \cdot 3{,}14$
14688
19584
$Fl = 153{,}7344\,cm^2$

rechteck. Säule $l = 25{,}5\,cm$, $b = 18\,cm$ H:
$H = 6{,}9\,m$ spez. Gew. $11\,g$

$V = G \cdot H$

$G = l \cdot b$

$255 \cdot 18$
2040
$G = 459{,}0\,cm^2$

$459 \cdot 690\ cm^3$
2754
41310
$V = 316710\,cm^3$

$316710 \cdot 11\,g$
316710
$Gw = 3483810\,g = 3483\,kg\ 81\,dkg$

Dreiseitiges Prisma: $c = 12$ $h = 8{,}5\,cm$
$H = 4\,dm$ $V = ?$

$V = 2{,}04\,dm^3$

$G = c \cdot \frac{h}{2}$

$8{,}5 \cdot 6$
$51{,}0 \cdot 40$

$V = G \cdot H$ $V = 2040\,cm^3$

Rundsäule: $d = 32\,cm$ $H = 1{,}6\,m$ $V = ?$

$V = G \cdot H$

$G = r^2 \cdot \pi$

$16^2 = 256 \cdot 3{,}14$
768
1024
$G = 803{,}84\,cm^2$

$803{,}84 \cdot 160$
$482304{,}0$
$V = 128614{,}40\,cm^3$

$V = 128\,dm^3\ 614{,}40\,cm^3$

Quadra. Säule: $s = 22\,cm$ $M = 8{,}8\,m^2$ $V = ?$

$V = G \cdot H$

$G = s^2$

$H = M : U$

$M = U \cdot H$

$22 \cdot 4$
$88\,cm$

$88000 : 88 = 1000\,cm$
0

$H = 10\,m$

$22^2 = 484\,cm^3 \cdot 1000$
$V = 484000\,cm^3$

$V = 484\,dm^3$

gleichs. Körper (H ist gleich einer Grundseite z.B. Würfel, Dreieck, Zylinder) (Prisma)

gleichs Prisma $s = 32\,cm$ $V = ?$

$D = H$ des Körpers

$D = s \cdot \sqrt{2}$

$D = 45\,cm = H$

$V = G \cdot H$

$G = s^2$

$32 \cdot 1{,}41$
128
32
$D = 45{,}12\,cm$

$V = 46{,}08\,dm^3$.

$32^2 = 1024 \cdot 45$
4096
5120
$V = 46080\,cm^3$

Quadr. Platte $G = 62{,}4\,cm^2$ $H = 2{,}2\,dm$ $M = ?$

$V = G \cdot H$

$M = U \cdot H$

$U = s \cdot 4$ $U = 31{,}2\,cm$

$s = \sqrt{Fl}$

$\sqrt{62{,}4} = 7{,}8$
$13\ 40 : 14 =$

$7{,}8 \cdot 4$

$312 \cdot 22$
624
624
$M = 686{,}4\,cm^2$

Vom Gewicht des Körpers

Gw. ist die Schwere eines Körpers.
Jeder Körper hat sein Eigengewicht, genannt spez. Gw. = $1 cm^3$ wiegt.

$\boxed{Gew. = V \cdot spez. Gw.}$

Marmorsäule s 1,4m H = 35cm spez. Gw. 2,5

(spez.) Gw = V · spez. Gw.

$V = G \cdot H$ $1,40^2 = G = 1,9600 m^2$

$G = s^2$

$1,9600 m^2 \cdot 35$
588
980
$686000 cm^3 \cdot 2,5$
1372000
3430000
1715000,0 g

Gw = 1715 kg

Bleiwürfel: s = 26mm spez. Gw = 11,3

Gw = V · spez. Gw

$V = G \cdot H$ 26^2 $676 \cdot 26$
1352
4056
$V = 17576 mm^3$

$V = s^2 \cdot s$

$V = 17,576 cm^3 \cdot 11,3$
17576
5274
Gw = 198,654 g

Parallelepiped (Schachtel) $V = 762,05 dm^3$

H = 12,6 dm l = 8,4 dm b = ?

$G = V : H$ $762,05 : 12,6 = 60,5$
00605
1010

$b = G : l$

$G = 60,5 dm^2$ $60,5 : 8,4 = 7,2$
160

b = 7,2 dm

Gleichs. Prisma $V = 8,66 m^3$ H = 8 dm s = ?

$G = V : H$ $8660 : 8 =$
1082
$G = 10,8 dm^2$

$G = \frac{s^2}{4} \cdot \sqrt{3}$

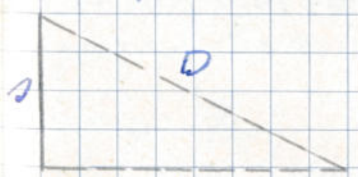
$10,8 \cdot 4$
43,2

$43,2 : 1,73 = \sqrt{25} = 5$
860

$\sqrt{\frac{4G}{\sqrt{3}}} = s$

s = 5 dm

Würfel $O = 72,5 dm^2$ D = ?



$72,5 : 6$
12,08

$\sqrt{12,08} = 3,5$
308 : 6

s = 3,5 dm

$3,5 \cdot 1,41$
140
35
d = 4,935 dm

$D = \sqrt{s^2 + d^2}$ $d = s \cdot \sqrt{2}$

$O = 6s^2$

$3,5^2 = 12,25$ $\sqrt{36,26} = 6,0$
026

$s^2 = O : 6$

$4,9^2 = 24,01$
36,26

D = 6,0 dm

$s = \sqrt{\frac{O}{6}}$

Giebelraum b = 8,5 m H = 5 m l = 14,2 m

$8,5 \cdot 2,5$
170
425
$G = 21,25\ m^2$

s = 6,5 m

$V = G \cdot l$

$G = b \cdot \frac{H}{2}$

$21,25\ m^2 \cdot 14,2$
8500
4250
$V = 301,750\ m^3$

(Kosten) Pfosten 18 cm · 12 cm · 3,2 m

spez. Gw: 0,6 Gw = ?

$V = G \cdot H$

$G = l \cdot b$

$18\ cm^2 \cdot 12$
36
$216\ cm^3 \cdot 320$
648
4320
$V = 69120\ cm^3$

$69120 \cdot 0,6$
$G = 41472,0\ g$

Gw = 41 kg 472 g

Brett (32 cm · 26 mm · 4,2 m) Preis 60 S

1 fm = ?

$V = G \cdot H$

$G = l \cdot b$

$22\ cm^2 \cdot 2,6$
44
132
$G = 572\ cm^2 \cdot 420$
2288
11440
$V = 240240,0\ cm^3$

$V = 0240\ dm^3\ 0240\ m^3$

V = 0,035 fm

0,035 fm ..... 60 S

60000 : 0,035 = 1700 S
250

1 fm ..... ?

1 fm kostet 1700 S.

Zylinderfaß d = 32 cm, steigt das Wasser um 1,1 m V = ?

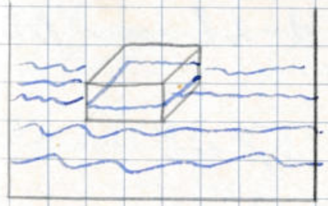
$V = G \cdot H$

$G = r^2 \cdot \pi$

$16^2 = 256 \cdot 3,14$
768
1024
$G = 803,84\ cm^2 \cdot 1,10$
80384 0
$V = 884,2240\ cm^3$

$V = 88,4\ dm^3$

Schwimmende Körper



tauchen wir teilweise ins Wasser (Arch. Ges.) Gw = Gw = dem verdrängten Wasser

Schwimmender Körper: (2,4 m × 22 cm × 18 cm) Spez. Gew 0,7

Gw = V · Spez. Gw

$V = G \cdot H$

$G = l \cdot b$

$22 \cdot 18$
176
$396\ cm^2 \cdot 240$
792
15840
$V = 95040\ cm^3$

$95040 \cdot 0,7$
66528,0 g

Gw = 66 kg 528 g = verdrängtes Wasser (66,5 l)

Baumstamm 2,2 m d = 26 cm spez Gw = 0,8

Gw = V · spez. Gw

V = G · H $13^2 = 169 \cdot 3,14$

507

676

G = $r^2 \cdot \pi$ 530,66 cm² · 220

106132

1061320

V = 116745,20 cm³

116745,2 · 0,8

Gw = 94396,16 g   Gw = 94,4 kg

2 Dachrinnen l = 8,4 m d = 22 cm (15% Abfall)

22 · 3,14

66   M = 5,8 m²

M = U · H   88

6908 : 2

U = d · π   34,54 · 840   5,8

27632   0,87

13816   6,67 m²

290136 · 2

M = 5802,72 cm²

100% ... 005,8 m²   0,058 · 15

15% ... x   290

00870 m²

Blech = 6,67 m²

Wie hoch wird ein Litergefäß d = 5 cm

V = G · H $2,5^2$ = 6,25

H = V : G   6,25 · 3,14   1000 : 13,3 = 72

1875   = 400

2500   = 16

G = 19,6250 cm²

Das Gefäß ist 72 cm hoch.

schiefes Prisma s = 18 cm H = 38 cm

α = 45° V = ?

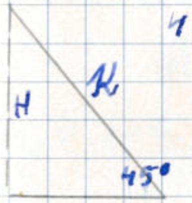
V = G · H 18^2 = 324 · 38

972

G = s^2 2592

12312 cm³

Kante = ?



45° heißt Diagonale eines Quadrates

38 · 1,41

152

38

d = 53,58 cm

d = H · √2

Milchkanne V = 25 l r = 15 cm

H = V : G 15^2 = 225   G = 706,50 cm²

G = $r^2 \cdot \pi$ ~~25000 : 225 = 111~~

~~0250~~

250   25000 : 706,5 = 35

38050

2725   H = 35 cm

Quecksilbersäule Querschnitt $1 cm^2$,

$H = 76 cm$ spez. Gw = 13,6

Gw = $V \cdot$ spez. Gw

$V = G \cdot H$ $\quad 0,5^2 \cdot 0,25 \cdot 3,14$

$G = r^2 \cdot \pi$

$V = 76 cm^3 \cdot 13,6$

228

456

Gw = 1033,6 g $\quad$ Gw = 1,033 kg = 1 At

1 kg = 1 at (techn. At.)

Rundturm $d = 4,2 m$ Stärke 38 cm

$H = 12 m$ $V = ?$

$V = G \cdot H$

G = Kreisring = $(R^2 - r^2) \cdot \pi$

$R = 2,48^2 = 6,1504$, $\quad 1,74 \cdot 3,14$

$r = 2,1^2 = -4,4100$ $\quad$ 522

1,7404 $\quad$ 696

$G = 5,4636 m^2 \cdot 12$

$V = 65,5632 m^3$

Gewölbe: (Kreisbogen) $r = 2,8 m$ $\alpha = 135°$

$l = 15 m$ $b = 14 cm$.

$V = G \cdot H$ $\quad b = \frac{d \cdot \pi \cdot \alpha}{360}$ $\quad \frac{5,6 \cdot 3,14 \cdot 135}{360} = 6,594$

G = Kreisb.

$9,825 \cdot 0,14$

39300

$V = 13,7550 m^3$

Quadrat $s = 22 cm$ rotiert um dies

$V = ?$ (V = Zylinder) $r = 22 cm$ $H = 22 cm$

$V = G \cdot H$ $\quad 22^2 = 484 \cdot 3,14$

$G = r^2 \cdot \pi$ $\quad$ 1452

1936

$G = 1519,76 cm^2 \cdot 22$

303952

303952

$V = 33434,72 cm^3$

$V = 33,434 dm^3$

Rechne (18 · 12 cm) rotiert um 12 cm $V = ?$

$r = 12 cm$ $H = 18 cm$

$V = G \cdot H$ $\quad 12^2 = 144 \cdot 3,14$

$G = r^2 \cdot \pi$ $\quad$ 432

576

$G = 452,16 cm^2 \cdot 18$

361728

$V = 8138,88 cm^3$

$V = 8,138 dm^3$

Spitzkörper

sind Spitzkant oder Pyramide und der Kegel. Wir sprechen sie nach der Grundfläche an.

Berechnung: Oberfläche
Volumen
Seite

Oberfläche

ist das Netz des Körpers = 1 Grundfläche und 1 Mantel. Mantel ist ein Dreieck

$O = G + M$

$M = \text{Dreiecke} = \frac{U \cdot \text{Dreieckshöhe}}{2}$

$\boxed{M = \frac{U \cdot h}{2}}$

Quadr. Pyramide $s = 24\,cm$ $H = 52\,cm$

$O = ?$ $24^2 = G = 576\,cm^2$ $52^2 = 2704$, $12^2 = 144$, 2848

$O = G + M$ $h = \sqrt{H^2 + \frac{s^2}{2}}$

$M = U \cdot \frac{h}{2}$ $\sqrt{2848} = 53$, $348 : 10 \cdot 33$, 39 $24 \cdot 4$, $U = 96\,cm$ $53 : 2$, $26{,}5$

$G = s^2$

$h = 53\,cm$ $96 \cdot 26{,}5$, 192, 666, 480 2

$O = 2634{,}0\,cm^2$ $O = 3120\,cm^2$

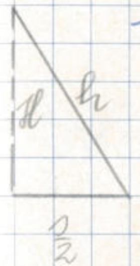
Mantel einer quadr. Pyramide $= 3200\,cm^2$

$h = 62\,cm$ $H = ?$

$M = U \cdot \frac{h}{2}$ $3200 : 31 = 103{,}2$, 100, 070, 04

$U = M : \frac{h}{2}$ $U = 103{,}2\,cm$

$\frac{M}{h} \cdot 2 = U$ $103{,}2 : 4$, $s = 25{,}8\,cm$



$H = \sqrt{h^2 - \frac{s^2}{2}}$ $62^2 = 3844\,cm^2$

$12{,}9^2 = 166{,}41\,cm^2$

$3844 - 166{,}41 = 3677{,}59$ $\sqrt{3677{,}59} = 60{,}6$, $077 : 12$, $7759 : 120$

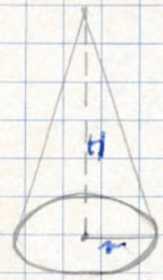
$H = 60{,}6\,cm$

Der Kegel

die Grundfläche ist ein Kreis

$O = G + M$ $M = \text{Dreiecke}$

$G = r^2 \cdot \pi$ $M = U \cdot \frac{h}{2}$ $h = s$



$M = \frac{2r \cdot \pi \cdot s}{2}$ $\boxed{M = r \cdot \pi \cdot s}$

Kegel $d = 62$ cm $H = 42$ cm $O = ?$

$O = G + M$ $G = 3017{,}54\ cm^2$ $\sqrt{2725} = 52$

$M = r \cdot \pi \cdot s$ $42^2 = 1764$ $225 : 10 \cdot 2\ 2^2$ 21

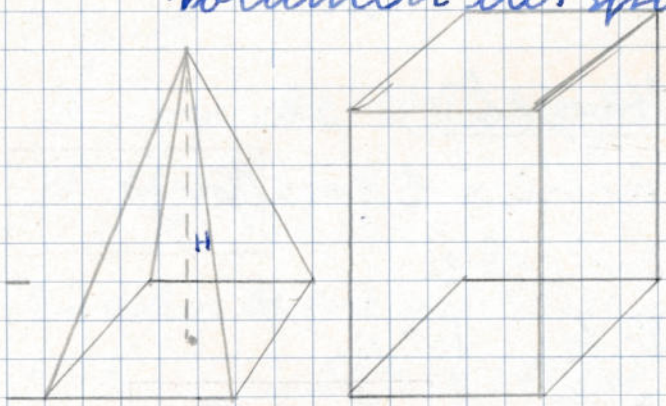
$s = \sqrt{H^2 + r^2}$ $31^2 = 961$

2725

$s = 52$ cm

$31 \cdot 3{,}14$
942
$97{,}34 \cdot 52$
48670
19468
$M = 5061{,}68$
$G = 3017{,}54$
$O = 8079{,}22\ cm^2$

Volumen des Spitzkörpers



Der Spitzkörper läßt sich 3x einfüllen

Volumen ist daher nur ~~ein~~ $\frac{1}{3}$

$$\boxed{V = \frac{G \cdot H}{3}}$$

Quadr. Pyramide $s = 42$ cm $h = 62$ cm

$V = \frac{G \cdot H}{3}$ $s^2 = 1764$ $62^2 = 3844$

$- 21^2 = 441$

$H = \sqrt{h^2 - (\frac{s}{2})^2}$ $\sqrt{3393} = 58$ $3393 : 3$

$893 : 10$ 1131

$H = 58$ cm ~~$58 \cdot 1131$ 8~~
~~58~~
~~174~~
~~58~~
~~$V = 65598\ cm^3$~~

$58 \cdot 893 = 59 \cdot 1764$ $V = 34{,}692\ cm^3$

~~Der Kegel~~

Der Kegel hat zur Grundfläche einen Kreis V ist auch ein $\frac{1}{3}$ des Zylinders

$$\boxed{V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot H}{3}}$$

Kegel $M = 180{,}2\ cm^2$ $s\ 8{,}2$ cm $V = ?$

$r = M : \pi \cdot s$ $180{,}2 : 25{,}7 = 7$ $8{,}2 \cdot 3{,}14$
$00\ 3$ 246
328
$V = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot H}{3}$ $25{,}748$
$M = r \cdot \pi \cdot s$ $r = 7$ cm

$H = \sqrt{s^2 - r^2}$ $8{,}2^2 = 67{,}24$ $\sqrt{19{,}24} = 4{,}2$
$7^2 = -49$
$19{,}24$ $H = 4{,}2$ cm

49 · 3,14
147
 198
153,86

15386 · 1,4
 61544
$N = 215,404 \text{ cm}^3$

$\frac{42 : 3}{1,4}$

Das Maß des Goldes ist das Karat (1 kar).
Reines Gold = 24 kar legiert mit Cu
zu 14 kar, 18 kar (8 kar) = 0,2 g
Das Maß des Silbers ist das Lot
(1 kg = 16 Lot)
Die Reinheit des Goldes heißt Feinheit (F). Sie wird in Tausendtel $\frac{1}{1000}$
gerechnet, geschrieben in 900 fein,
oder 640 fein = $\frac{900}{1000}$
3 Gewichte sind:
1.) Gesamtgewicht heißt Rauhgewicht
oder Schrot ~~(S)~~ (R)
2. Reingewicht heißt Feingewicht oder
Korn (K)
3.) Feinheit sind die Tausendtel (F)
$F = \frac{K}{R} \left(\frac{900}{1000}\right)$

~~$F = \frac{900}{1000}$ $\frac{5,4068 \cdot 1000}{900}$ = 5806,8 : 900 = 6,45~~
~~4068~~
~~4680~~
~~180~~
~~K = 5,4068 g~~
~~$R = \frac{K}{F}$ R = 6,452 g~~

1 Schilling R = 6 g K = 3,84 g Silber
$F \frac{K}{R}$ 3,84 : 6 = 0,640
 24

Der Schilling war 640 fein.
Mariatheresientaler K = 23,387 g
F = 833
$R = \frac{K}{F}$ 23,387 : 0,833 = 28,07
 6727
 0600
$F = \frac{K}{R}$
R = 28,07 g
Wieviel Gold enthält ein Dukaten
R = 3,491 g F = 986
K = R · F 3,491 · 0,986
 31419
 27928
 20946
 3,442126
K = 3,44 g
Kaiserkrone 3,5 kg reines Gold
1 g = 31 S 31 · 3500 Wert = 108500 S
 10500
 108500 S

$4\frac{2}{9} + 5\frac{7}{12} + 3\frac{13}{24} =$

$\frac{38}{9} + \frac{67}{12} + \frac{85}{24} = \frac{304+402+255}{72} = \frac{961}{72} = 13\frac{25}{72}$

Gegeben: ein silberner Leuchter, der $2\frac{1}{2}$ kg wiegt ~~wird~~ und $\frac{800}{1000}$ fein ist wird auf $\frac{600}{1000}$ umgeschmolzen. Wieviel Cu muß man dazu geben.

$R = 2\frac{1}{2}$ kg = $\frac{25\cancel{00} \cdot 8\cancel{00}}{10\cancel{00}} = 2$ kg

$F = \frac{800}{1000}$

$\frac{25\cancel{00} \cdot 6\cancel{00}}{10\cancel{00}} = 1,5$ kg

Begriffe

Gesamtgewicht = Rauhgewicht oder Schrot.

Feingewicht oder Korn = Gewicht des Edelmetalles

Der Reingehalt gibt in Tausendtel an, wieviel Edelmetall enthalten ist.

$K = R \cdot F$ $\qquad \frac{2,250 \cdot 1000}{900}$

$F = \frac{900}{1000}$ $\quad K = 2,250$ g

$R =$ $\quad R = \frac{K}{F}$ $\quad 225\cancel{0} : 90\cancel{0} = 2,4$

430

R =

Neue Form! G